Soit $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x + \alpha$ avec $\alpha \in \mathbb{R}$ et $Q(x) = 2x^2 + 9x + 9$

1) Déterminer α pour que (-3) soit une racine de P

-3 une racine de $P \Leftrightarrow P(-3) = 0$

$\Leftrightarrow (-3)^3 + 2(-3)^2 - 5(-3) + \alpha = 0$

$\Leftrightarrow 6 + \alpha = 0$

$\Leftrightarrow \alpha = -6$

Soit $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x + \alpha$ avec $\alpha \in \mathbb{R}$ et $Q(x) = 2x^2 + 9x + 9$

1) Déterminer α pour que (-3) soit une racine de P

Dans toute la suite on prend $\alpha = -6$

2) a) Déterminer les réels a, b et c tells que $P(x) = (x+3)(ax^2 + bx + c)$

b) résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $P(x) = 0$

c) résoudre dans $\mathbb{R}$: $|P(x)| + P(x) = 0$

3) Résoudre $Q(x) = 0$ puis factoriser $Q(x)$

$P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

$(x+3)(ax^2 + bx + c)$

$= ax^3 + bx^2 + cx + 3ax^2 + 3bx + 3c$

$= ax^3 + (b + 3a)x^2 + (c + 3b)x + 3c$

par identification

$\begin{cases} a = 1 \\ b + 3a = 2 \\ c + 3b = -5 \\ 3c = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = -2 \end{cases}$

$P(x) = (x+3)(x^2 - x - 2)$

Dans toute la suite on prend $\alpha = -6$

2) a) Déterminer les réels a, b et c tells que $P(x) = (x+3)(ax^2 + bx + c)$

b) résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $P(x) = 0$

c) résoudre dans $\mathbb{R}$: $|P(x)| + P(x) = 0$

3) Résoudre $Q(x) = 0$ puis factoriser $Q(x)$

$P(x) = (x+3)(x^2 - x - 2)$

Soit $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x + \alpha$

$x^2 - x - 2 = 0$

$a = 1 \quad b = -1$ et $c = -2$

$a - b + c = 0$

$x = -1$ ou $x = -\frac{c}{a} = 2$

2) b) $P(x) = 0 \Leftrightarrow (x+3)(x^2 - x - 2) = 0$

$x + 3 = 0$ ou $x^2 - x - 2 = 0$

$x = -3$ ou $x = -1$ ou $x = 2$

$S_{\mathbb{R}} = \{-3, -1, 2\}$

$P(x) = (x+3)(x^2 - x - 2)$

2) a)

b) résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $P(x) = 0$

c) résoudre dans $\mathbb{R}$: $|P(x)| + P(x) = 0$

3) Résoudre $Q(x) = 0$ puis factoriser $Q(x)$

x	$-\infty$		-3		-1		2		$+\infty$
x^2-x-2		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$(x+3)$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

c) $|P(x)| + P(x) = 0 \Leftrightarrow |P(x)| = -P(x)$

$\Leftrightarrow P(x) \leq 0$

$S_{\mathbb{R}} =]-\infty, -3] \cup [-1, 2]$

$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

3) Résoudre $Q(x) = 0$ puis factoriser $Q(x)$

$Q(x) = 2x^2 + 9x + 9$

$a = 2$. $b = 9$ et $c = 9$

$\Delta = b^2 - 4ac = 9^2 - 4 \times 2 \times 9 = 9$

$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-9-3}{4} = \dfrac{-12}{4} = -3$

$x_2 = \dfrac{-9+3}{4} = \dfrac{-6}{4} = -\dfrac{3}{2}$

$S_{\mathbb{R}} = \{-3, -\frac{3}{2}\}$

$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

$Q(x) = 2(x+3)(x + \frac{3}{2})$

$= (x+3)(2x+3)$

4) Soit $R(x) = P(x) + Q(x)$

a) Montrer que $R(x) = (x+3)(x^2+x+1)$ et que l'équation : $R(x) = 0$ ne posséde qu'une seule racine

$P(x) = (x+3)(x^2 - x - 2)$

$Q = (x+3)(2x+3)$

$R(x) = (x+3)(x^2 - x - 2) + (x+3)(2x+3)$

$= (x+3)[x^2 - x - 2 + 2x + 3]$

$= (x+3)[x^2 + x + 1]$

$R(x) = 0 \Leftrightarrow (x+3)(x^2+x+1) = 0$

$\Leftrightarrow$

$x + 3 = 0$ ou $x^2 + x + 1 = 0$

$x = -3$ | $a = 1$ $b = 1$ et $c = 1$

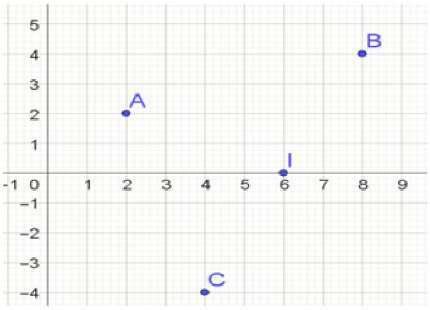
$\Delta = 1 - 4 < 0$ (imp)

$R(x) = 0$ ne possede qu'une seule solution

Dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ on donne les points $A(2,2)$; $B(8,4)$; $C(4,-4)$ et $I(6,0)$

1) a) montrer que ABC est un triangle rectangle et isocèle en A

b) Vérifier que I est le milieu du segment $[BC]$



$\vec{AB}\begin{pmatrix}6\\2\end{pmatrix}$, $\vec{AC}\begin{pmatrix}2\\-6\end{pmatrix}$

$6\times 2+2(-6)=0$

$\vec{AB}\perp\vec{AC}$

$\left.\begin{array}{l} AB=\sqrt{6^2+2^2}=\sqrt{40} \\ AC=\sqrt{2^2+6^2}=\sqrt{40} \end{array}\right\} AB=AC$

d'ou ABC triangle rectangle et isocèle en A

$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x_B+x_C}{2}=\dfrac{8+4}{2}=6=x_I \\ \dfrac{y_B+y_C}{2}=\dfrac{4+(-4)}{2}=0=y_I \end{array}\right\}$ I le

milieu du segment [BC]